doi:10.20396/revpibic262018245

XXVI Congresso de Iniciação Científica Unicamp
17 a 19 de outubro Campinas | Brasil

Comportamento Assintótico nos Modelos de Crescimento Cooperativo

Caio Augusto C. Volpato*,Marina Vachkovskaia.

Resumo
Apresentação do modelo Markoviano de crescimento sobre Z+ com tempo contínuo, onde as taxas de absorção de partícula no sítio i dependem da quantidade de partículas já absorbidas em sua vizinhança.

Palavras-chave:
Processo de crescimento, cadeia de Markov, Sistemas de Partículas interagentes.

Introdução

Este trabalho tem como objetivo estudar os modelos matemáticos de crescimento dependente. O modelo adotado foi uma cadeia de Markov a tempo contínuo e buscou se identificar as condições dos parâmetros para quais haverão explosão horizontal ou vertical.
A fim de auxiliar a demonstração algébrica das condições mencionadas foi implementado uma função, na linguagem Python, para simular o comportamento assintótico do modelo, destacando visualmente os casos onde ocorreram as explosões e eliminando a necessidade de demonstração algébrica rigorosa dos casos onde a simulação não demonstrou o comportamento de explosão.

Resultados e Discussão

Considerou se que o modelo consiste de uma cadeia de Markov a tempo contínuo representada por:

$$\xi(t) = (\xi_i(t),\, i \in \mathbb{Z}_+) \in \mathbb{Z}_+^{\mathbb{Z}_+}$$

Com a configuração inicial:

$$\xi_1(0) = 1,\ \xi_i(0) = 0 \text{ para todo } i \neq 1.$$

E com a probabilidade de transição:

$$\mathbb{P}\{\xi_i(t+1) = \xi_i(t) + 1,\ \xi_j(t+1) = \xi_j(t)\ \ \forall j \neq i \mid \xi(t)\} = \frac{f(\lambda_i u_i(t))}{\sum_{j=1}^{\infty} f(\lambda_j u_j(t))},$$

$$u_i(t) = \sum_{j \in U_i} \xi_j(t),\ i = 1, 2, \dots$$

onde Ui é uma certa vizinhança de i e ui(t) é chamada de potencial de i.

A explosão em x é definida como para T menor que infinito tal que:

$$\xi_i(T) = +\infty$$

Foram realizadas 6 simulações distintas com os seguintes parâmetros do modelo f(x) e lambda(i):

1. f(x) = exp(x) e lambda(i) = i.
2. f(x) = exp(x) e lambda(i) = 1/(1+i).
3. f(x) = ln(x+1) e lambda(i) = 1/(1+i).
4. f(x) = ln(x+1) e lambda(i) = i.
5. f(x) = x² e lambda(i) = i.
6. f(x) = x² e lambda(i) = 1/(1+i).

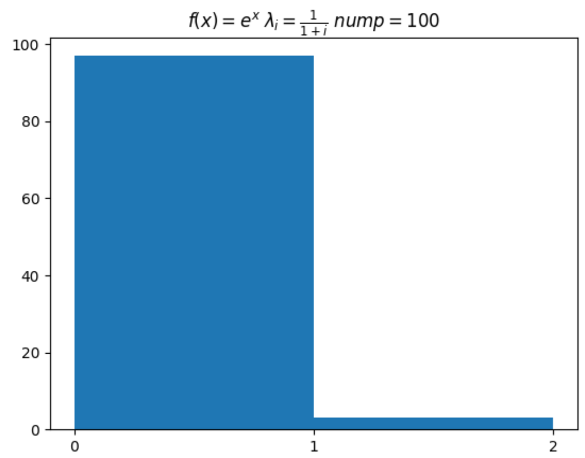

Gráfico 1 Simulação com 100 partículas e f(x) = exp(x) e lambda(i) = 1/(1+i)

Conclusão

Por fim cabe destacar que a implementação demonstrou ser adequada para auxiliar na demonstração algébrica dos resultados do modelo, mais especificamente para identificar os parâmetros críticos do problema. Como desenvolvimento futuro estão previstas as demonstrações algébricas propriamente ditas.

Agradecimentos

À UNICAMP e ao CNPq por possibilitar a realização do projeto. À orientadora, professora Marina Vachkovskaia pelas constantes orientações e pela construção das formulações teóricas.

[1] M. Menshikov, D. Petritis (2014) Explosion, implosion, and moments of passage times for continuous-time Markov chains: a semimartingale approach. {\it Stochastic Processes and their Applications}, v.124 (7), pp. 2388--2414.